

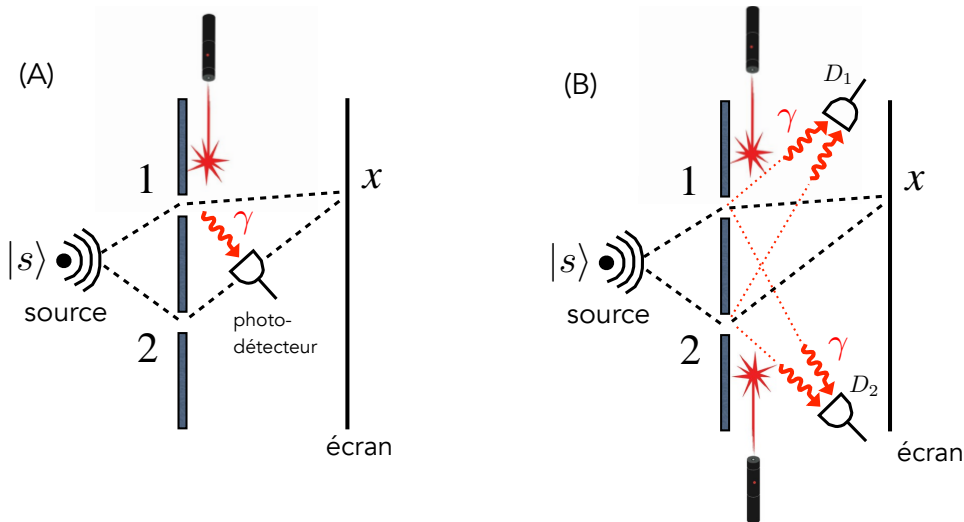
TD1 : Dualité onde-particule, amplitudes et interférence

1 Double fente avec détecteurs

On reprend l'expérience de la diffusion d'électrons par la double fente, avec quelques modifications importantes.

On imagine que près des deux fentes on place des détecteurs, qui soient capables de détecter le passage des électrons par diffusion de photons (qu'on appelle diffusion Compton) : un photon émis par une source – indiquée avec un pointeur laser – fait une collision avec l'électron passant par l'une des deux fentes, et il est alors capté par le détecteur.

On imagine que les électrons passent un par un par les deux fentes, et qu'ils sont émis de manière déterministe depuis la source, à savoir on sait exactement quand un électron unique est émis par la source.



1.1

En absence de détecteurs, écrire l'amplitude que l'électron arrive en x en passant par l'une des deux fentes. On peut indiquer les amplitudes pour aller de i à j (p.e. $i = 1, j = x$) comme $A_{i \rightarrow j}$. Calculer la probabilité correspondante. Indiquer comment on peut modifier la figure d'interférence si on change la phase relative des amplitudes pour aller de la source aux fentes, à savoir si $A_{s \rightarrow 1} = e^{i\phi} A_{s \rightarrow 2}$.

1.2

Ecrire la probabilité que l'électron soit détecté en x en termes des amplitudes quand un détecteur parfaitement efficace est présent comme en Fig. 1(A) – à savoir, il détecte à coup sûr les électrons quand ils passent par la fente 1.

1.3

On imagine maintenant que le détecteur ait une efficacité de détection finie. Soit $f < 1$ la probabilité que le passage de l'électron par la fente 1 est détecté par le détecteur. Ecrire alors la probabilité que l'électron arrive en x sur l'écran. A-t-il encore des franges d'interférence ?

1.4

Maintenant on imagine de placer deux sources de photons après les fentes, et deux détecteurs, D_1 et D_2 , qu'on imagine avoir une efficacité parfaite. Néanmoins, les photons captés par un détecteur sont des particules quantiques identiques, et ils pourraient avoir été diffusés aussi bien par un électron passé par la fente 1 ou par un électron passé par la fente 2.

On va indiquer par a_{ij} , ($i, j = 1, 2$) l'amplitude qu'un photon, diffusé par un électron qui passe par la fente i , soit détecté dans le détecteur D_j . Ceci signifie qu'on envisage aussi le processus où un photon diffusé par la fente 1 est capté par D_2 , et vice-versa – on peut appeler ce processus le *cross-talk* entre détecteurs.

Ecrire l'amplitude de probabilité $A(x, D_1)$ que l'électron soit détecté en x et le photon en D_1 , puis l'amplitude $A(x, D_2)$ que l'électron soit détecté en x et le photon en D_2 .

1.5

Ecrire la probabilité $P(x)$ que l'électron soit capté en x (indépendamment de l'état final du photon). Pourquoi $P(x) \neq |A(x, D_1) + A(x, D_2)|^2$? Soit $a_{11} = a_{22} = a$ et $a_{12} = a_{21} = b$, avec $|a|^2 + |b|^2 = 1$ (justifier). Quelle condition doit-on imposer sur a et b afin d'obtenir l'interférence maximale et l'interférence minimale dans l'expression de $P(x)$?

1.6

Que se passerait-il si les deux détecteurs avaient une efficacité de détection finie f_1 et f_2 respectivement ?

2 Effet photoélectrique

L'énergie maximale des électrons éjectés d'une photocathode par une radiation de longueur d'onde $\lambda = 253.7$ nm (respectivement 589.0 nm) est 3.14 eV (respectivement 0.36 eV).

En déduire :

2.1

La valeur de la constante de Planck.

2.2

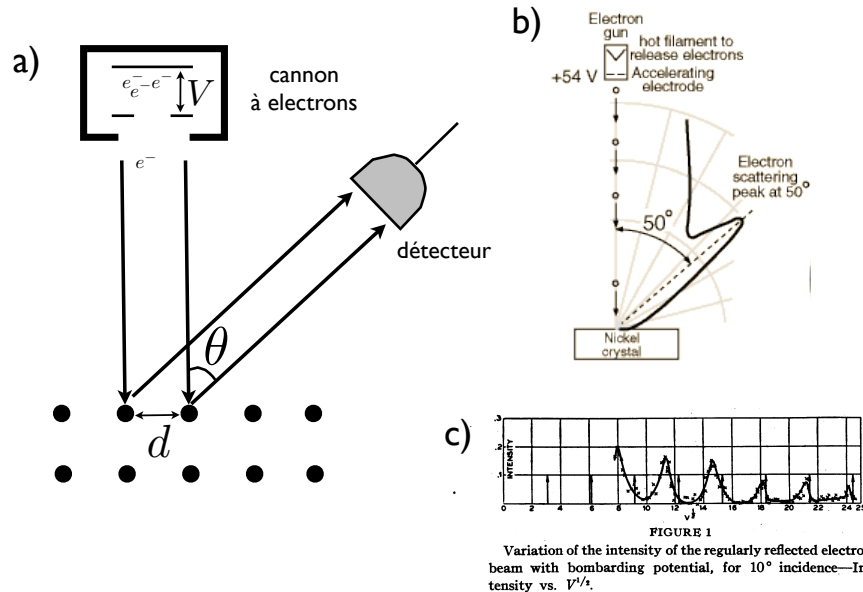
L'énergie minimale d'extraction des électrons.

2.3

La longueur d'onde maximale produisant un effet photoélectrique sur cette photocathode.

3 Diffusion d'électrons par un cristal : expérience de Davisson-Germer (1927-28)

La première mise en évidence de la nature ondulatoire de la matière (notamment des électrons) et due à Davisson et Germer, qui montrèrent que les électrons sont diffusés par un cristal comme la lumière est diffusée par un réseau de diffraction. L'expérience confirma quantitativement la théorie de Louis de Broglie pour la première fois, ce qui lui permit d'obtenir le prix Nobel en 1929.



Comme montré dans la figure (panneau a), dans l'expérience de Davisson et Germer un faisceau d'électrons est accéléré par une différence de potentiel V et collimaté vers un cristal de Nickel. Les électrons sont diffusés par les atomes sur la surface du cristal, avec un pas cristallin d , comme indiqué dans la figure, et captés par un détecteur placé à un angle d'émergence θ .

3.1

Soit p l'impulsion avec laquelle les électrons arrive sur la surface du cristal. Exprimer p en terme de la longueur d'onde de de Broglie. Quelle condition doit satisfaire p pour que l'onde électronique diffusée par deux atomes voisins sur la surface présente une interférence constructive en arrivant au détecteur ?

3.2

Le pas cristallin du Ni est $d = 2.15 \text{ \AA}$. Dans l'expérience de Davisson et Germer de 1927 $V = 54 \text{ V}$, qui donne aux électrons une énergie cinétique eV ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$). Calculer l'impulsion correspondante (sachant que la masse de l'électron vaut $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$) et la longueur d'onde de de Broglie. Est-elle comparable avec d ? Davisson et Germer trouvèrent un pic de diffraction à un angle $\theta = 50^\circ$, comme montré dans la figure (panneau b). Vérifier que ce pic correspond au premier ordre de diffraction ($n = 1$). A quel angle auraient-ils trouvé le deuxième pic de diffraction ?

3.3

Dans une deuxième expérience en 1928 Davisson et Germer mesurèrent la variation de l'intensité du faisceau électronique diffusé à un angle donné θ en fonction du voltage V , comme indiqué dans

la figure (panneau c). Expliquer qualitativement la dépendance périodique de cette intensité en $V^{1/2}$.
Quelle devrait être la période ?